

ពហុធាតុន្លឹះដោះស្រាយពហុធាតុ

I. មូលដ្ឋានគ្រឹះមួយចំនួន:

- $P(x)$ និង $G(x) \in]\mathbb{Q} \text{ ឬ } \mathbb{R}[$ គេទាញបាន $k(x), r(x) \in]\mathbb{Q} \text{ ឬ } \mathbb{R}[$ ដែលកំណត់បាន $P(x) = G(x).k(x) + r(x)$ ដែល $\deg G(x) > \deg r(x)$ ។
- ពហុធាតុ $P(x)$ មានតម្លៃ a មួយដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $P(a) = 0$ កាលណា $(x - a) | P(x)$ ។
- បើ $P(x) \in \mathbb{Z}$ និង $a \neq b \in \mathbb{Z} \Rightarrow (a - b) | P(a) - P(b)$ ។
- $P(x)$ មាន $\deg P \geq 1$ អាចសរសេរជា៖
 - ✓ $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2) \dots \dots \dots (x - x_n) \quad \exists n \in]\mathbb{Q} \text{ ឬ } \mathbb{R}[$
 - ✓ $P(x) = a(x - x_1)^{l_1}(x - x_2)^{l_2} \dots \dots \dots (x - x_n)^{l_k} \quad \exists n \in]\mathbb{Q} \text{ ឬ } \mathbb{R}[$

II. ទ្រឹស្តីបទដែលទាក់ទងនឹងឫសពហុធាតុ:

- $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ មាន $x = \frac{s}{t}$ ជាឫសសនិទាន របស់ $P(x) = 0, (s, t) = 1 \Leftrightarrow s | a_0$ និង $t | a_n$ ដែល $P(x) \in \mathbb{Z}$ ។
- ទ្រឹស្តីបទវ្យែត(Viete) $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$ មានឫស $x_1, x_2, \dots \dots \dots, x_n$ គេបាន៖
 - ✓ $\sum_{i=1}^n x_i = -\frac{a_{n-1}}{a_n}$
 - ✓ $\sum_{\substack{0 \leq i < j \\ i, j \leq n}} x_i x_j = \frac{a_{n-2}}{a_n}$
 - ✓ $\sum_{\substack{0 \leq i < j < k \\ i, j \leq n}} x_i x_j x_k = -\frac{a_{n-3}}{a_n}$
 - ✓
 - ✓ $x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \dots \dots x_n = (-1)^n \frac{a_0}{a_n}$

I. តួចែករួមធំបំផុត

- គេមាន $P(x) = GCD[q(x), r(x)]$ គេបាន $P(x)|q(x), P(x)|r(x)$ និង មាន $k(x)$ មួយដែល $k(x)|q(x), k(x)|r(x) \Rightarrow K(x)|P(x)$ ។
- បើ $P(x) = GCD[q(x), r(x)]$ នោះមាន $s(x)$ និង $h(x)$ ដែល $P(x) = s(x).q(x) + h(x).r(x)$ ។

II. គន្លឹះពហុធាមួយចំនួន:

- រូបមន្ត Taylor

$$P(x) = P(a) + P_1(a)(x - a) + \frac{P_2(x)}{2!}(x - a)^2 + \dots + \frac{P_n(x)}{n!}(x - a)^n$$

- គេមាន $P(x) \geq 0 \in \mathbb{R}$ និង $\exists H(x), R(x) \Rightarrow P(x) = Q^2(x) + R^2(x)$ ។
- ពន្លាត Abel: គេមាន n ចំនួនខុសគ្នាពីរៗ៖ $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}$ $\deg p \leq n$ គេបាន $P(x) = a_0 + a_1(x - x_1) + \dots + a_n(x - x_1) \dots (x - x_n)$ ។

- ពហុធា Chebyshev:

$$\begin{cases} T_0(x) = 1; T_1(x) = x \\ T_{n+1}(x) = 2x T_n(x) - T_{n-1}(x) \end{cases}$$

****សំគាល់:

- $T_{2n+1}(x)$: ជាអនុគមន៍សេស ,
- $T_{2n}(x)$: ជាអនុគមន៍គូរ ,
- $T_{2n+1}(x)$: ជាអនុគមន៍សេស

- Lagrange Identity: $(\sum_{i=1}^n a_i^2)(\sum_{i=1}^n b_i^2) - (\sum_{i=1}^n a_i b_i)^2 = \sum (a_i b_j - a_j b_i)^2$ ។